



**HAL**  
open science

## Utilisation d'informations géométriques a priori pour améliorer l'identification du champ H mesuré autour d'un dispositif

Zhao Li, François Tavernier, Arnaud Bréard, Laurent Krähenbühl

► **To cite this version:**

Zhao Li, François Tavernier, Arnaud Bréard, Laurent Krähenbühl. Utilisation d'informations géométriques a priori pour améliorer l'identification du champ H mesuré autour d'un dispositif. Numélec 2017, Nov 2017, Paris, France. hal-01563074

**HAL Id: hal-01563074**

**<https://hal.science/hal-01563074>**

Submitted on 26 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Utilisation d'informations géométriques *a priori* pour améliorer l'identification du champ H mesuré autour d'un dispositif

Z. Li<sup>1</sup>, F. Tavernier<sup>1</sup>, A. Bréard<sup>1</sup> et L. Krähenbühl<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université de Lyon - Ampère (CNRS UMR5005), ECL, 69134 Écully, France

E-mail : zhao.li@doctorant.ec-lyon.fr

**Résumé** – Les interférences électromagnétiques entre dispositifs d'électronique de puissance causent souvent des dysfonctionnements. Cette problématique de compatibilité électromagnétique est devenue un enjeu essentiel pour leur conception. Ce travail se concentre sur le couplage inductif entre deux systèmes, en champ proche. Afin de le prendre en compte dès la phase de conception industrielle, une méthode prédictive a été proposée, basée sur le développement en harmoniques sphériques du champ mesuré autour de chaque système pris séparément. La précision de cette caractérisation dépend de plusieurs facteurs comme le nombre de mesures, les positions des points de mesure, la sensibilité de l'appareil utilisé, etc. On dispose souvent, en plus des mesures, d'informations *a priori* sur le dispositif mesuré, qui permettent en appliquant une méthode bayésienne d'améliorer la précision de l'identification. Dans ce travail, on fait le lien entre les propriétés du développement en harmoniques sphériques et les informations (notamment géométriques) disponibles. On montre ensuite comment utiliser ces informations pour améliorer la résolution du problème d'identification. En pratique, ces informations (périodicité, symétries, ...) sont souvent accompagnées d'un biais : nous montrons comment en tenir compte. Nous illustrerons nos résultats par quelques exemples, en particulier celui d'une inductance de lissage.

**Mots-clés** – CEM, harmonique sphérique, champ proche, information *a priori*

## 1. INTRODUCTION

Un nouveau banc de mesure automatisé a été conçu et développé au Laboratoire Ampère, il permet de mesurer le champ  $\mathbf{B}$  sur une surface sphérique autour du dispositif [1]. A partir de ces mesures, les coefficients harmoniques des sources peuvent être déterminés, permettant un calcul direct des inductances, en fonction de la position relative des deux composants.

En pratique, il est souvent possible d'obtenir des informations *a priori* sur le dispositif à caractériser, même s'il n'est pas connu en détails. Ces informations peuvent par exemple être des symétries ou périodicités. Dans ce cas, comment rendre ces informations utiles dans la résolution de notre problème inverse ? Que se passe-t-il si elles sont incertaines ? Est-il encore possible de les prendre en compte ? Cet article est consacré à ces questions. Différentes méthodes seront présentées, pour un exemple d'inductance, présentant - exactement ou non - de telles symétries.

## 2. DÉVELOPPEMENT MULTIPOLAIRE EN HARMONIQUES SPHÉRIQUES

Le développement multipolaire en harmoniques sphériques peut être utilisé pour une représentation du champ électromagnétique satisfaisant les équations de Maxwell. Il permet de décomposer ce champ en une somme infinie de sources élémentaires (dipôle, quadripolaire, octupole, etc.). Pour le champ proche ( $< 1m$  dans la gamme de fréquences 20 kHz-20 MHz), l'approximation quasi-statique est appropriée. Pour un point en dehors de la sphère de validité (la sphère minimale qui englobe la source), le champ magnétique peut être exprimé à l'aide d'un développe-

ment multipolaire [2] :

$$\mathbf{B}(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} -\mu_0 \cdot Q_n^m \nabla \left( \frac{1}{r^{n+1}} Y_n^m(\theta, \varphi) \right) \quad (1)$$

$r$  est la distance de l'origine de l'expansion au point où le champ est exprimé, les  $Q_n^m$  sont les coefficients caractérisant la source (ils dépendent aussi de l'origine du développement) et  $Y_n^m$  est la fonction harmonique sphérique réelle du  $n^{ième}$  ordre et  $m^{ième}$  moment qui est définie dans [2] :

$$Y_n^m = (-1)^m \sqrt{\frac{(2n+1)}{4\pi} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2)$$

avec  $P_n^m(x)$  le polynôme associé de Legendre, qui est défini comme :

$$P_n^m(x) = \frac{1}{2^n n!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{dx^{n+m}} (x^2-1)^n \quad (3)$$

Une fois que les coefficients harmoniques de deux systèmes sont identifiés, on peut déterminer le couplage entre eux par le calcul de l'inductance mutuelle, en appliquant le "Addition Theorem for Spherical Harmonics" [3].

## 3. INFORMATION A PRIORI SUR LA GÉOMÉTRIE

Dans l'équation (2), on peut constater que lors du passage d'un point à son symétrique par rapport à  $xOy$ , seulement  $\cos \theta$  change de signe. Ceci signifie que la symétrie de la fonction harmonique sphérique est définie par la symétrie de la fonction de Legendre associée. Celle-ci est composée de la fonction paire  $(1-x^2)^{m/2}$  et de la dérivée  $(n+m)^{ième}$  de la fonction paire  $(x^2-1)^n$ . Chaque dérivation change la parité, c'est-à-dire de symétrie à anti-symétrie ou inverse. Ainsi, la grandeur  $\frac{d^{n+m}}{dx^{n+m}} (x^2-1)^n$  a la même parité que  $(n+m)$  [4].

La périodicité de  $Y_n^m$  suivant  $\phi$  est liée à  $e^{im\phi}$ . Ceci implique que la périodicité de la fonction HS autour de l'axe  $z$  est définie par le moment  $m$ . Par exemple, si  $m = 2$ ,  $Y_n^m$  est  $\pi$ -périodique, etc.

Pour illustrer l'utilisation des informations géométriques *a priori*, l'exemple d'une inductance de lissage sera étudié sous *Flux*. On commence par la source "parfaite", qui respecte parfaitement les informations *a priori*.

## 4. SOURCE "PARFAITE"

Le dispositif étudié dans cette section est l'inductance de lissage représentée sur la Figure 1. Les tests méthodologiques que nous réalisons ci-dessous sont entièrement numériques.

La partie en bleu représente le noyau ferromagnétique, avec une permittivité relative de 1000. La partie jaune représente les 100 spires de courant de l'inductance. Dans premier temps, le

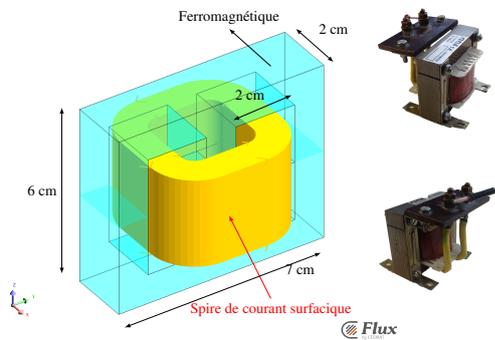


Fig. 1. Inductance étudiée sous *Flux3d*

dispositif est considéré "parfait", c'est-à-dire que les fils d'alimentation ne sont pas pris en compte et le bobinage est exactement centré sur le noyau. Dans ce cas, ce dispositif est antisymétrique par rapport au plan  $xOy$  et  $\pi$ -périodique suivant l'axe  $z$ . Le champ de fuite du dispositif partage les mêmes caractéristiques, qui peuvent être considérées comme les informations a priori sur la source. Il est possible d'exprimer ces informations sous une forme mathématique :

$$\begin{cases} n + m = 2k + 1 & \text{avec } k=0, 1, 2, \dots \\ m = 2k & \text{avec } k=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (4)$$

#### 4.1. Sans information a priori

50 mesures sont effectuées d'une façon équidistante. Le développement multipolaire du dispositif est réalisé jusqu'à l'ordre 6 ( $N_{max} = 6$ ). Dans ce cas, 48 composantes harmoniques doivent être déterminées, le problème est donc bien posé parce qu'on a plus d'équations que d'inconnues. En appliquant la méthode des moindres carrés, les coefficients harmoniques peuvent être obtenus. Afin de vérifier la précision, 300 points supplémentaires sont choisis, uniformément répartis sur la sphère. Les inductions magnétiques mesurées sur ces 300 points sont comparées avec celles estimées par les composantes harmoniques. L'erreur quadratique relative pour ces 300 points est :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (\mathbf{B} - \hat{\mathbf{B}})^2}{\sum \mathbf{B}^2}} \quad (5)$$

avec  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique directement calculé sous *Flux3d* et  $\hat{\mathbf{B}}$  l'induction magnétique estimée à partir des coefficients harmoniques obtenus à partir des 50 mesures. Elle vaut 6% dans notre exemple.

#### 4.2. Avec information : simplification du modèle

La prise en compte de l'information a priori fait passer le nombre de coefficients de 48 à 9. En appliquant la même démarche avec les mêmes mesures, l'erreur quadratique relative pour les mêmes 300 points est ramenée à 0.2%.

L'identification avec l'information a priori est donc environ 30 fois plus précise que celle sans information. Cependant, il faut noter que l'exemple étudié est un cas idéal, qui respecte parfaitement les symétries et les périodicités que l'on suppose. En pratique, les informations a priori sont souvent acquises par les observations, qui ne sont donc pas tout à fait exactes. En d'autres termes, les informations a priori ne sont pas toujours entièrement respectées par la source. Dans le cas de sources réelles, est-il encore possible d'appliquer les informations a priori sur la symétrie et la périodicité ?

### 5. SOURCE "IMPARFAITE"

Reprenons l'exemple précédent. Cette fois, les fils d'alimentation sont pris en compte et le bobinage est légèrement déplacé de (4, 2, 6) mm comme présenté sur la Figure 2.

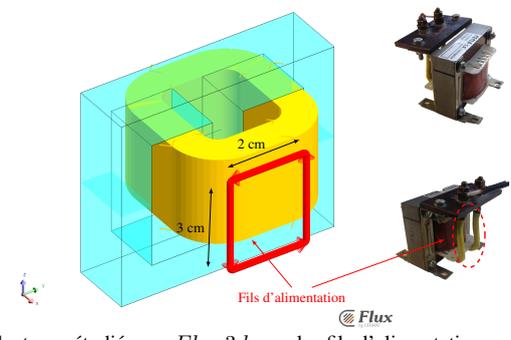


Fig. 2. Inductance étudiée sous *Flux3d* avec les fils d'alimentation

Une spire rectangulaire de courant est ajoutée pour modéliser les fils d'alimentation. Au sens strict, il n'y a plus ni antisymétrie, ni périodicité. Néanmoins, le rayonnement des fils d'alimentation est relativement plus faible que celui de l'inductance lui-même, et le décentrage du bobinage est faible : les composantes harmoniques en dehors des neuf composantes principales peuvent exister, mais restent probablement peu importantes. Si on applique directement la méthode du §4.2, on obtient naturellement une erreur quadratique sur les 300 points de test du même ordre que sans information. Ceci est logique car les composantes harmoniques liées aux fils d'alimentation et à la translation des spires ne sont pas considérées dans ce cas.

Deux méthodes sont proposées pour prendre en compte ces informations a priori incertaines. La première est la méthode des moindres carrés sous contraintes, qui permet de borner certains coefficients harmoniques dans un intervalle donné. Au final, l'erreur est ramenée à 0.3%. La deuxième méthode est la méthode de maximum a posteriori. Elle permet de résoudre les problèmes inverses sous une forme de densité de probabilité, qui est basée sur l'inversion Bayésienne. L'erreur quadratique calculée est alors 0.2%, toutefois, ce bon résultat dépend du réglage de la méthode (dans le pire des cas, on retrouve le résultat sans information a priori). Ces deux méthodes seront détaillées et discutées dans l'article étendu.

## 6. CONCLUSION

Cet article présente et compare les différentes méthodes pour utiliser les informations a priori permettant d'améliorer la résolution du problème inverse. La méthode de simplification du modèle permet d'augmenter la précision lorsque les informations a priori sont exactes, mais pas dans le cas où les informations sont incertaines. Par contre, la méthode des moindres carrés sous contraintes et la méthode du maximum a posteriori permettent de tenir compte de informations incertaines et de les rendre utiles pour l'identification de la source.

## 7. RÉFÉRENCES

- [1] Z. Li, F. Tavernier, A. Bréard, L. Krähenbühl, D. Voyer, and C. A. F. Sartori, "Error analysis for near-field emc problems based on multipolar expansion approach," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, no. 6, June 2017.
- [2] T. Q. V. Hoang, A. Bréard, and C. Voltaire, "Near magnetic field coupling prediction using equivalent spherical harmonic sources," *IEEE Transactions on EMC*, vol. 56, no. 6, pp. 1457–1465, Dec 2014.
- [3] B. C. Brock, "Using vector spherical harmonics to compute antenna mutual impedance from measured or computed fields," *SANDIA Report*, 2001.
- [4] J. Lorange, "Couplage des inductances par rayonnement magnétique. étude théorique et expérimentale," Ph.D. dissertation, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.